

# تحلیل سازه

## آزمونهای نظام مهندسی

تالیف  
هوشیار خزائی



نشر عالم عمران

[www.elme-omran.com](http://www.elme-omran.com)  
[Info@elme-omran.com](mailto:Info@elme-omran.com)

عضو:



انجمن مهندسی نظام مهندسی

این اثر مشمول قانون حمایت مولفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هرکس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه ناشر و مؤلف، نشر یا پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

---

سرشناسه	: خزائی، هوشیار، ۱۳۵۱
عنوان و نام پدیدآور	: تحلیل سازه: آزمونهای نظام مهندسی / تالیف هوشیار خزائی.
مشخصات نشر	: تهران: علم عمران، ۱۳۹۳.
مشخصات ظاهری	: ۲۷۲ ص: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: ۱۷۰۰۰۰ ریال 978-600-5176-23-0
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
موضوع	: دانشگاه‌ها و مدارس عالی -- ایران -- آزمون‌ها
موضوع	: تحلیل سازه -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)، راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: راه و ساختمان -- راهنمای آموزشی (عالی)، آزمون‌ها
موضوع	: آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی -- ایران
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۳ ت ۳ ۴۴ خ / LB۲۳۵۳
رده بندی دیویی	: ۳۷۸/۱۶۶۴
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۵۷۶۶۴۱

---



نشر علم عمران

---

تحلیل سازه- آزمونهای نظام مهندسی  
تالیف: هوشیار خزائی

چاپ اول	تابستان ۱۳۹۳
حروفچینی و صفحه آرایی	نشر علم عمران - طرح نگار پارسی
چاپ	پرستش
تعداد و قطع صفحات	۲۷۲ صفحه و زیری
شمارگان	۱۰۰۰
بهای کتاب	۱۸۰۰۰۰ ریال
شابک ۹۷۸-۶۰۰-۵۱۷۶-۲۳-۰	ISBN 978-600-5176-23-0

---

نشر علم عمران: تهران، یوسف آباد، خیابان جهان‌آرا، بین خیابانهای ۱۶ و ۱۸، پلاک ۳۳، طبقه دوم، واحد ۱۱

تلفن: ۰۳۱-۸۸۳۵۳۹۳۰ دورنگار: ۸۸۳۵۳۹۳۲

حقوق چاپ و نشر برای نشر علم عمران محفوظ است.

## مقدمه ناشر

تحلیل، طراحی و اجرای صحیح ساختمانها نیازمند تجربه و تبحر مهندسان ساختمان می‌باشد. بی‌شک کسب تجربه در شرکتهای مهندسی مشاور و کارگاههای ساختمانی برای مهندسان در کنار افزایش دانش ضروری است؛ که این فرصت معمولا پس از فارغ التحصیلی برای مهندسان بیشتر فراهم می‌شود. یکی از آزمونهای مهم پس از فارغ التحصیلی از مراکز دانشگاهی، آزمونهای نظام مهندسی است. سالهای متمادی است که در کشورمان برای ورود به دنیای حرفه‌ای مهندسی آزمونهای مختلف براساس مباحثهای مقررات ملی ساختمان برگزار می‌شود. قبولی در این آزمونها برای تمام مهندسان عمران در پایه‌های طراحی، نظارت یا اجرا ضروری است. در این راستا نشر علم عمران سعی نموده با استفاده از دانش و تجربه اساتید مجرب در زمینه این آزمونها، منابع مناسبی را برای متقاضیان ورود به پایه حرفه مهندسان آماده کند. این منابع به صورتی تهیه شده است که علاوه بر یادآوری و بازنگری نکات مهم دروس مهندسی، از طریق حل نمونه سوالات آزمونهای سالهای قبل، متقاضیان را هر چه بیشتر با نحوه برگزاری آزمونها آشنا کند.

مجموعه حاضر یکی از چند درس اصلی مورد نظر برای آزمونهای ورود به حرفه مهندسان است. امید است این مجموعه که با همکاری ارزنده جناب مهندس هوشیار خرائی از مدرسین و مولفین گرانقدر در این زمینه تهیه شده است برای علاقمندان مفید واقع شود. علیرغم ویرایشهای مکرر در قسمتهای مختلف کتاب ممکن است هنوز ایراداتی وجود داشته باشد. لذا مایه خرسندی است که خوانندگان محترم نظرات، پیشنهادات و انتقادات خود را از طریق آدرس پست الکترونیک [info@elme-omran.com](mailto:info@elme-omran.com) ارسال کنند.

سید مهدی داودنوبی

مدیر نشر علم عمران

## پیشگفتار مؤلف

تحلیل سازه‌ها یکی از دروس پایه‌ای در مهندسی عمران است که هدف از آن ارتقای دانش و توانایی مهندسان در درک بهتر رفتار سازه‌ها و تحلیل آنها بر اساس چندین اصل بنیادین می‌باشد. کتاب پیش‌رو، اصول و مفاهیم تحلیل سازه‌ها را با ارائه مثالهای متنوع و با زبانی ساده به خوانندگان آموزش می‌دهد.

روش ارائه شده در این کتاب نیز مشابه سایر آثار مؤلف در حوزه آزمون ورود به حرفه مهندسان، روش گام به گام است. مطالعه این روش و تسلط بر آن، موفقیت شما را در پاسخگویی به سوالات تحلیل سازه‌ها در آزمون ورود به حرفه و حتی آزمون کارشناسی ارشد در پی خواهد داشت.

با توجه به اینکه آزمون ورود به حرفه مهندسان به صورت کتاب باز برگزار می‌گردد، به همین سبب در بسیاری از بخش‌های این کتاب جداول، روابط، نکات کلیدی و فرمولهایی درج شده است که با مراجعه به آنها می‌توانید به بسیاری از سوالات آزمون، بدون حل تشریحی، پاسخ دهید.

در پایان، فرصت را مغتنم شمرده از زحمات و تلاشهای بی‌شائبه جناب آقای سید مهدی داودنوبی مدیریت محترم انتشارات علم عمران در آماده‌سازی کتاب و ارائه پیشنهادات ارزنده سپاسگزاری می‌نمایم.

از اساتید، صاحب‌نظران و مطالعه کنندگان محترم تقاضا می‌گردد با ارائه نظرات و پیشنهادات ارزشمند خود از طریق آدرس الکترونیک [khazaei@elme-omran.com](mailto:khazaei@elme-omran.com) ما را در ارائه هر چه بهتر این مجموعه در چاپ‌های بعدی آن یاری نمایند.

هوشیار خزائی

تابستان ۱۳۹۳

## فهرست مطالب

فصل اول: تشخیص سازه‌ها .....	۱
۱-۱- تعاریف .....	۱
۲-۱- تکیه‌گاه‌ها و انواع آنها .....	۴
۳-۱- پایداری سازه‌ها .....	۶
۴-۱- ترکیب پایدار اجسام صلب صفحه‌ای .....	۸
۵-۱- معینی و نامعینی سازه‌های صفحه‌ای .....	۹
۶-۱- معینی و نامعینی سازه‌های فضایی .....	۱۳
۷-۱- درجه نامعینی و ارتباط آن با پایداری سازه .....	۱۴
۸-۱- نکات کلیدی .....	۱۵
۹-۱- سئوال‌ات چهار گزینه‌ای .....	۱۹
۱۰-۱- پاسخنامه تشریحی سئوال‌ات چهارگزینه‌ای .....	۲۶
فصل دوم: تحلیل سازه‌های معین .....	۳۷
۱-۲- معادلات تعادل ایستایی .....	۳۷
۲-۲- سازه معین (ایزواستاتیک) .....	۳۹
۳-۲- نیروهای داخلی .....	۴۰
۴-۲- نمودارهای تغییرات نیروهای داخلی .....	۴۳
۵-۲- سئوال‌ات چهارگزینه‌ای .....	۴۷
۶-۲- پاسخنامه تشریحی سئوال‌ات چهارگزینه‌ای .....	۵۵
فصل سوم: خرابی‌ها .....	۶۷
۱-۳- مقدمه .....	۶۷

- ۲-۳- انواع خرپا ..... ۶۷
- ۳-۳- تشخیص خرپاها ..... ۶۹
- ۴-۳- تحلیل خرپاها ..... ۷۱
- ۵-۳- سئوالات چهارگزینه‌ای ..... ۷۶
- ۶-۳- پاسخنامه تشریحی سئوالات چهارگزینه‌ای ..... ۸۲

### فصل چهارم: تغییر شکل ارتجاعی سازه‌ها ..... ۸۹

- ۱-۴- مقدمه ..... ۸۹
- ۲-۴- روش انتگرال‌گیری مضاعف ..... ۸۹
- ۳-۴- روش لنگر سطح ..... ۹۱
- ۴-۴- روش تیر فرضی (تیر مزدوج) ..... ۹۲
- ۵-۴- روش‌های انرژی ..... ۹۴
- ۶-۴- روابط خیز و شیب منحنی تغییر شکل تیر کنسول ..... ۹۹
- ۷-۴- روابط خیز و شیب منحنی تغییر شکل تیر ساده ..... ۱۰۰
- ۸-۴- روابط خیز و شیب منحنی تغییر شکل تیرهای نامعین ..... ۱۰۲
- ۹-۴- تغییر مکان جانبی قاب‌ها ..... ۱۰۵
- ۱۰-۴- سئوالات چهارگزینه‌ای ..... ۱۰۷
- ۱۱-۴- پاسخنامه تشریحی سئوالات چهارگزینه‌ای ..... ۱۱۷

### فصل پنجم: تنش و کرنش ..... ۱۳۷

- ۱-۵- تنش قائم ..... ۱۳۷
- ۲-۵- کرنش ..... ۱۳۷
- ۳-۵- قانون هوک ..... ۱۳۷
- ۴-۵- تغییر شکل ناشی از نیروی محوری ..... ۱۳۸
- ۵-۵- مسائل نامعین استاتیکی ..... ۱۳۹
- ۶-۵- تغییرات حرارتی ..... ۱۴۰
- ۷-۵- کرنش جانبی ..... ۱۴۱
- ۸-۵- ضریب پواسون ..... ۱۴۱
- ۹-۵- کرنش جانبی در بارگذاری یک محوری ..... ۱۴۲
- ۱۰-۵- کرنش‌ها در بارگذاری چند محوری ..... ۱۴۲

۱۴۲	۱۱-۵ کرنش حجمی
۱۴۲	۱۲-۵ مدول حجمی (مدول بالک)
۱۴۳	۱۳-۵ تنش برشی
۱۴۳	۱۴-۵ کرنش برشی
۱۴۴	۱۵-۵ تنش ناشی از خمش خالص
۱۴۴	۱۶-۵ تنش ناشی از خمش چند محوری
۱۴۶	۱۷-۵ لنگر پلاستیک
۱۴۸	۱۸-۵ ضریب شکل
۱۴۹	۱۹-۵ تنش برشی در تیرها
۱۵۰	۲۰-۵ مرکز برش
۱۵۰	۲۱-۵ خواص عمومی مقاطع
۱۵۳	۲۲-۵ سئوالات چهار گزینه‌ای
۱۵۸	۲۳-۵ پاسخنامه تشریحی سئوالات چهار گزینه‌ای

### فصل ششم: خط تأثیر ..... ۱۶۷

۱۶۷	۱-۶ مقدمه
۱۶۷	۲-۶ ترسیم خط تأثیر با استفاده از معادلات تعادل
۱۶۸	۳-۶ ترسیم خط تأثیر با استفاده از اصل مولر - برسلو
۱۷۱	۴-۶ کاربرد خط تأثیر
۱۷۳	۵-۶ طرح ظاهری خطوط تأثیر برای سازه‌های نامعین ایستایی
۱۷۴	۶-۶ ترتیب قرارگیری بار زنده
۱۷۶	۷-۶ سئوالات چهار گزینه‌ای
۱۸۱	۸-۶ پاسخنامه تشریحی سئوالات چهار گزینه‌ای

### فصل هفتم: تحلیل سازه‌های نامعین ..... ۱۸۹

۱۸۹	۱-۷ مقدمه
۱۸۹	۲-۷ روش نیرو (روش سازگاری تغییر شکل‌ها)
۱۹۳	۳-۷ روش شیب - افت
۱۹۹	۴-۷ روش توزیع لنگر
۲۰۴	۵-۷ تحلیل سازه‌های متقارن

۶-۷- تحلیل تقریبی سازه‌ها ..... ۲۰۷

۷-۷- مقادیر عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و لنگرهای خمشی در تیرهای سراسری با طول دهانه یکسان ..... ۲۱۷

۸-۷- سئوالات چهار گزینه‌ای ..... ۲۲۰

۹-۷- پاسخنامه تشریحی سئوالات چهار گزینه‌ای ..... ۲۳۰

معرفی مهندسین مشاور سازیران ..... ۲۵۵

معرفی سازه ۹۰، محصولی از شرکت نرم‌افزاری سازه ..... ۲۵۹



## فصل اول

### تشخیص سازه‌ها

#### ۱-۱-۱ تعاریف

##### ۱-۱-۱-۱ سازه

عبارت است از عضو یا مجموعه‌ای از چندین عضو متصل به هم که برای تحمل و انتقال نیرو بکار می‌رود.

##### ۱-۱-۱-۲ جسم صلب

جسمی است که فاصله نسبی ذرات تشکیل دهنده آن، قبل و بعد از تأثیر نیروهای خارجی وارد بر آن یکسان باشد، به عبارت دیگر جسم صلب جسمی است که تحت اثر نیروهای خارجی، تغییر شکل نمی‌دهد.

##### ۱-۱-۱-۳ نمودار جسم آزاد

نمودار جسم آزاد، شکلی است که سازه را همراه با تمام نیروهای وارد بر آن، شامل نیروهای خارجی و همچنین نیروهای ناشی از واکنش‌های تکیه‌گاهی، نشان می‌دهد.

##### ۱-۱-۱-۴ عضو صفر نیرویی

عضوی از سازه است که تحت تأثیر نیروهای خارجی وارد بر سازه، نیروی داخلی در آن ایجاد نمی‌شود. اعضای صفر نیرویی بر اساس وضعیت قرارگیری در سازه به سه دسته تقسیم می‌شوند:

#### دسته اول

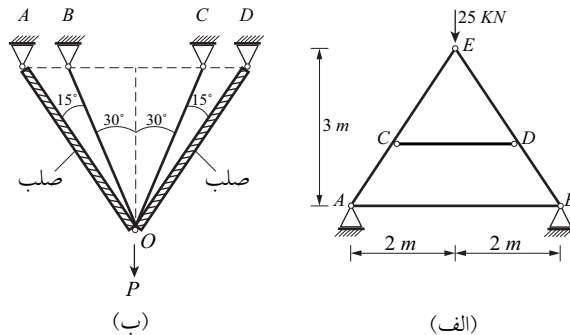
اگر یک عضو دو سر مفصل، جمیع شرایط زیر را داشته باشد، صفر نیرویی خواهد بود:

۱- در حد فاصل دو مفصل، هیچگونه نیروی خارجی بر آن وارد نشود.

۲- هیچگونه تغییر شکل و یا نشست در آن ایجاد نشود.

۳- در معرض تغییرات درجه حرارت قرار نگیرد.

مثال ۱-۱- اعضای صفر نیرویی را در سازه‌های شکل زیر مشخص نمایید.

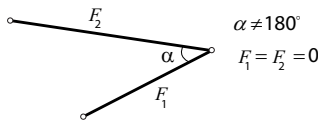


حل:

شکل (الف): عضو  $AB$  صفر نیرویی می‌باشد، زیرا هیچگونه نیرویی بر آن وارد نمی‌شود و از تغییر مکان دو انتهای آن نیز جلوگیری شده است.

شکل (ب): میله‌های  $OB$  و  $OC$  صفر نیرویی هستند، زیرا هیچگونه نیرویی به صورت مستقیم (در حد فاصل دو مفصل) بر آنها وارد نمی‌شود و همچنین میله‌های صلب  $OA$  و  $OD$  نیز از تغییر شکل آنها جلوگیری می‌کنند.

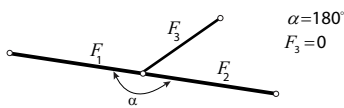
### دسته دوم



شکل ۱-۱- دو عضو صفر نیرویی

اگر دو عضو (دو نیرویی) دو سر مفصل غیر همراستا، بر یک مفصل وارد شوند و هیچگونه نیرویی بر محل تقاطع آنها وارد نشود، هر دو عضو، صفر نیرویی خواهند بود (شکل ۱-۱).

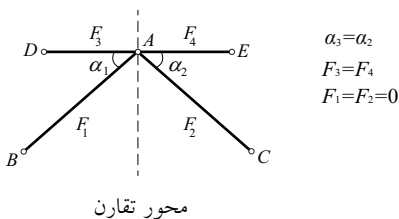
### دسته سوم



شکل ۲-۱- یک عضو صفر نیرویی

اگر دو عضو (دو نیرویی) دو سر مفصل همراستا به همراه یک عضو دو سر مفصل دیگر، بر یک مفصل وارد شوند، و هیچگونه نیرویی بر محل تقاطع آنها وارد نشود، عضو غیر همراستا صفر نیرویی می‌باشد (شکل ۲-۱).

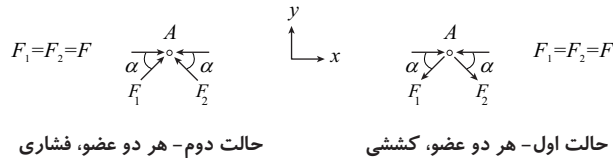
### دسته چهارم



شکل ۳-۱- اعضای صفر نیرویی در سازه‌های متقارن

در سازه‌هایی که از لحاظ هندسی کاملاً متقارن بوده و بارگذاری سازه نیز متقارن باشد، اگر بر مفصل (یا مفصل‌های) واقع بر محور تقارن، چهار عضو دو سر مفصل متصل باشد بطوریکه دو عضو همراستا بوده و دو عضو دیگر غیر همراستا باشند، دو عضو غیر همراستا صفر نیرویی خواهند بود (شکل ۳-۱).

دلیل صفر نیرویی بودن اعضای  $AB$  و  $AC$  (در شکل ۳-۱): واضح است که به دلیل تقارن، نیروی داخلی این اعضا با هم برابر (هر دو کششی یا هر دو فشاری) می‌باشد. بنابراین نمودار جسم آزاد مفصل  $A$  دو حالت به شرح زیر خواهد داشت:



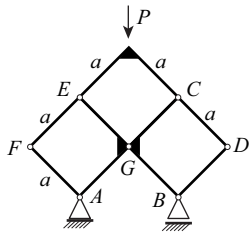
ملاحظه می‌گردد که در هر دو حالت، تعادل مفصل  $A$  در راستای قائم (محور  $y$ ) برقرار نمی‌باشد:

$$\sum F_y = F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \alpha = (F_1 + F_2) \sin \alpha = 2F \sin \alpha \neq 0$$

بنابراین برای برقراری تعادل مفصل  $A$ ، لازم است که هر دو عضو  $AB$  و  $AC$  صفر نیرویی باشند:

$$F_1 = F_2 = 0$$

مثال ۱-۲- سازه شکل مقابل چند عضو صفر نیرویی دارد؟



- |       |       |
|-------|-------|
| 3 (۲) | 2 (۱) |
| 8 (۴) | 4 (۳) |

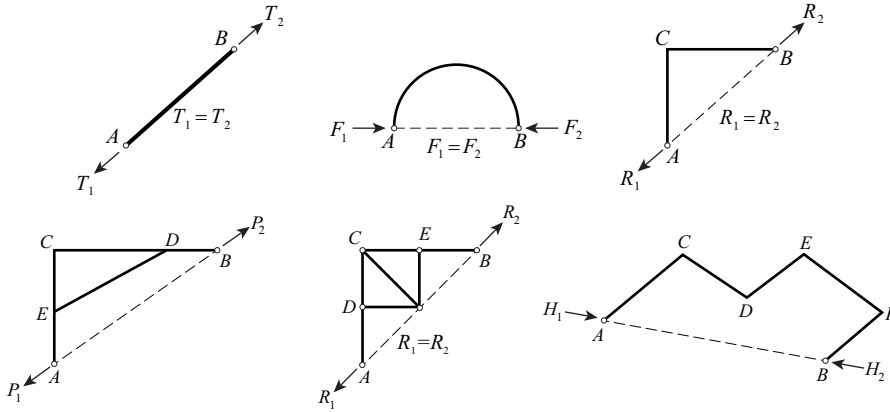
حل:

مفصل  $D$  را در نظر بگیرید. به این مفصل، دو عضو دو سر مفصل متصل شده و هیچگونه نیرویی بر آن وارد نمی‌شود. بنابراین مطابق قاعده شکل (۱-۱) هر دو عضو  $DC$  و  $DB$  صفر نیرویی می‌باشند. به همین ترتیب در مفصل  $F$  نیز، اعضای دو سر مفصل  $FE$  و  $FA$  صفر نیرویی می‌باشند. بنابراین سازه مذکور دارای ۴ عضو صفر نیرویی می‌باشد.

**تذکر مهم:** اشتباه است اگر فکر می‌کنید که اعضای  $GA$ ،  $GC$ ،  $GB$ ،  $EG$  صفر نیرویی هستند. زیرا این اعضا یک سر مفصل هستند و همانطور که در شکل می‌بینید این اعضا دو به دو با اتصال صلب به همدیگر متصل شده و به مفصل  $G$  وارد شده‌اند. همین اتصال صلب باعث ایجاد نیرو در این اعضا می‌شود.

### ۱-۱-۵- عضو دو نیرویی

عضو یا قسمتی از سازه می‌باشد که با دو مفصل به سایر قسمت‌های سازه متصل شده است و هیچ نیرویی در حد فاصل دو مفصل بر آن وارد نمی‌شود. واضح است که دو نیروی مورد نظر، مساوی و مختلف‌الجهت بوده و بر یک راستا قرار دارند (شکل ۱-۴).



شکل ۱-۴- اشکال مختلف عضو دو نیرویی

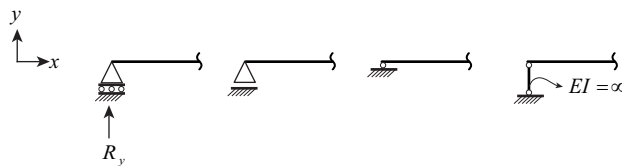
**نکته:** باز هم تأکید می‌گردد که سازه‌های شکل ۱-۴ و سایر سازه‌های مشابه آن‌ها، تنها در صورتی دو نیرویی خواهند بود که در نقاط  $A$  و  $B$  مفصلی بوده و صرفاً در این نقاط به سایر قسمت‌های سازه متصل شوند.

### ۲-۱- تکیه‌گاه‌ها و انواع آنها

تکیه‌گاه‌ها قیدهایی هستند که نیروهای وارد بر سازه از طریق آنها به زمین و یا جسم دیگر منتقل می‌گردد و همچنین مانع از حرکت سازه و یا دوران آن می‌شوند. تکیه‌گاه‌ها بر حسب قیدی که در مقابل حرکت و یا دوران سازه به وجود می‌آورند، به انواع زیر تقسیم بندی می‌شوند:

#### ۱-۲-۱- تکیه‌گاه مفصلی متحرک (غلطکی)

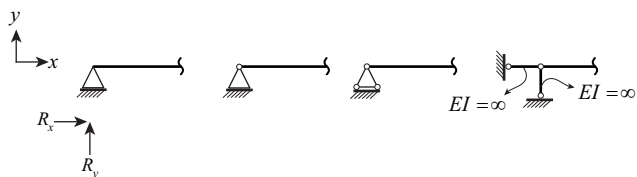
این نوع تکیه‌گاه مطابق شکل دارای یک واکنش تکیه‌گاهی است که راستای آن عمود بر سطح تکیه‌گاهی می‌باشد.



شکل ۱-۵- نمایش ترسیمی تکیه‌گاه غلطکی

#### ۱-۲-۲- تکیه‌گاه مفصلی ثابت

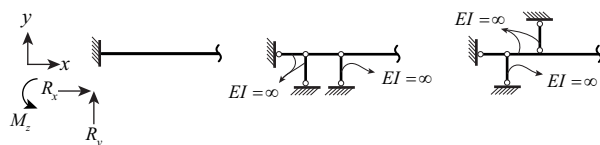
در این نوع تکیه‌گاه، نقطه تکیه‌گاهی هیچگونه حرکتی ندارد و صرفاً چرخش آن حول محور (یا محورهای) پایه آزاد است، و در نتیجه دارای دو واکنش (نیروی) تکیه‌گاهی می‌باشد. شکل ۱-۶ را ملاحظه کنید.



شکل ۱-۶- نمایش ترسیمی تکیه‌گاه مفصلی ثابت (لولایی)

### ۱-۲-۳- تکیه‌گاه گیردار

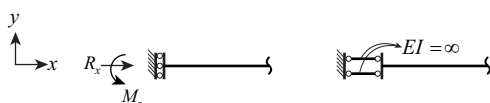
در این نوع تکیه‌گاه، حرکت و همچنین دوران نقطه تکیه‌گاهی در تمامی جهات مقید شده است، بنابراین دارای دو نیرو و یک لنگر تکیه‌گاهی مجهول می‌باشد. شکل ۱-۷ را ملاحظه کنید.



شکل ۱-۷- نمایش ترسیمی تکیه‌گاه گیردار

### ۱-۲-۴- تکیه‌گاه هدایت شونده

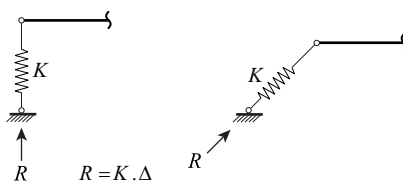
نمایش ترسیمی این تکیه‌گاه مطابق شکل ۱-۸ می‌باشد و بنابراین دو عکس‌العمل تکیه‌گاهی شامل یک نیرو و یک لنگر خواهد داشت.



شکل ۱-۸- نمایش ترسیمی تکیه‌گاه هدایت شونده

### ۱-۲-۵- تکیه‌گاه ارتجاعی خطی

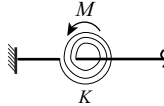
این نوع تکیه‌گاه مطابق شکل ۱-۹ دارای یک نیروی عکس‌العمل تکیه‌گاهی می‌باشد که راستای آن در امتداد محور طولی فنر خواهد بود.



شکل ۱-۹- نمایش ترسیمی تکیه‌گاه ارتجاعی خطی

### ۱-۲-۶- تکیه‌گاه ارتجاعی دورانی

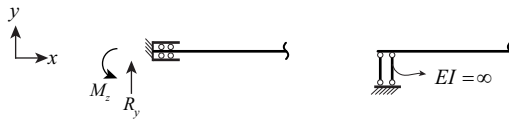
این نوع تکیه‌گاه دارای یک لنگر تکیه‌گاهی می‌باشد که مقدار آن از رابطه  $M = K \cdot \theta$  بدست می‌آید. ( $K$  ضریب ثابت فنر می‌باشد). شکل ۱-۱۰ را ملاحظه کنید.



شکل ۱-۱۰- نمایش ترسیمی تکیه‌گاه ارتجاعی دورانی

### ۱-۲-۷- تکیه‌گاه تلسکوپی

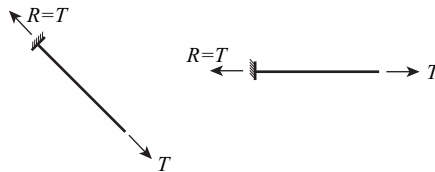
در این نوع تکیه‌گاه، از حرکت در راستای مماس بر سطح تکیه‌گاهی و همچنین دوران آن جلوگیری شده است ولی حرکت در راستای عمود بر سطح تکیه‌گاهی آزاد است و بنابراین دارای یک نیرو و یک لنگر تکیه‌گاهی می‌باشد. (شکل ۱-۱۱)



شکل ۱-۱۱- نمایش ترسیمی تکیه‌گاه تلسکوپی

### ۱-۲-۸- تکیه‌گاه کابلی

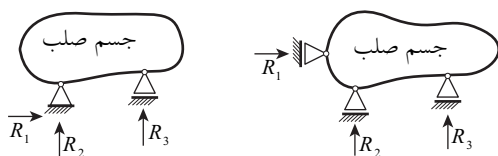
این نوع تکیه‌گاه مطابق شکل ۱-۱۲ دارای یک نیروی عکس‌العمل تکیه‌گاهی می‌باشد که اثر آن بر سطح تکیه‌گاه همواره کششی می‌باشد.



شکل ۱-۱۲- نمایش ترسیمی تکیه‌گاه کابلی

### ۱-۳- پایداری سازه‌ها

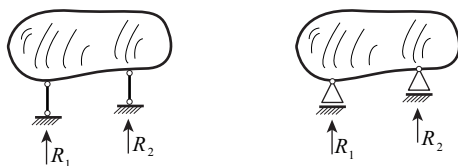
یک جسم صلب واقع در صفحه وقتی پایدار می‌باشد که قبل و بعد از اعمال نیروهای خارجی، در هیچ راستایی حرکت نکند و حول هیچ نقطه دلخواهی در صفحه دوران ننماید. بنابراین می‌توان گفت که شرط لازم و کافی برای پایداری یک جسم صلب صفحه‌ای، داشتن حداقل سه مؤلفه واکنش تکیه‌گاهی غیر موازی و غیر متقارب می‌باشد. (شکل ۱-۱۳)



شکل ۱۳-۱- حداقل شرایط لازم برای پایداری جسم صلب صفحه‌ای

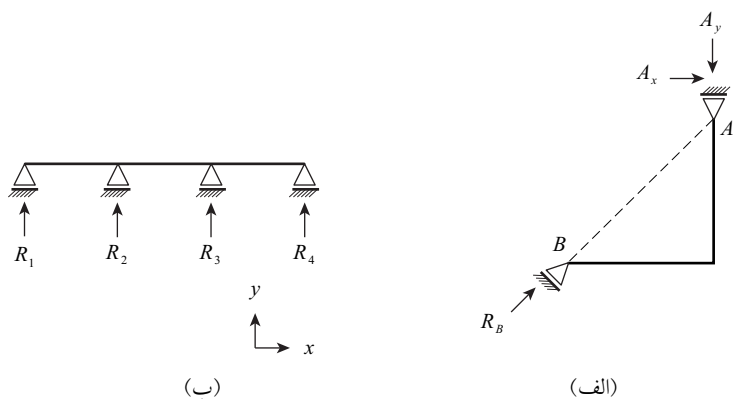
اگر شرط فوق برقرار نباشد، می‌گوییم که جسم صلب مورد نظر ناپایدار است. ناپایداری هر جسم صلب نیز به دو حالت به شرح زیر اتفاق می‌افتد:

۱- ناپایداری استاتیکی: اگر یک جسم صلب صفحه‌ای، کمتر از سه واکنش تکیه‌گاهی داشته باشد، آن جسم "ناپایدار استاتیکی" خواهد بود. شکل ۱۴-۱ را ملاحظه کنید.



شکل ۱۴-۱- ناپایداری استاتیکی دو جسم صلب صفحه‌ای

۲- ناپایداری هندسی (آنی): یک جسم صلب صفحه‌ای، ممکن است دارای سه مؤلفه واکنش تکیه‌گاهی و یا حتی دارای بیش از سه مؤلفه واکنش تکیه‌گاهی باشد و با این وجود هنوز ناپایدار باشد. این وضع هنگامی پیش می‌آید که مؤلفه‌های واکنش تکیه‌گاهی همگی موازی باشند و یا همدیگر را در یک نقطه قطع نمایند. این حالت از ناپایداری را "ناپایداری هندسی" می‌نامند، زیرا می‌توان با ایجاد تغییرات هندسی در وضعیت قرارگیری تکیه‌گاه‌ها به صورتی که نیروهای واکنش تکیه‌گاهی از وضعیت موازی و یا متقارب خارج شوند، شرایط پایداری جسم را فراهم نمود (شکل ۱۵-۱).

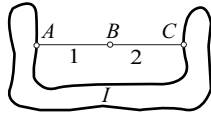


شکل ۱۵-۱- ناپایداری هندسی دو جسم صلب

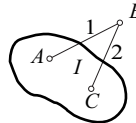
### ۱-۴-۴- ترکیب پایدار اجسام صلب صفحه‌ای

#### ۱-۴-۱- ترکیب پایدار یک گره و یک جسم صلب

سیستم تشکیل شده از یک گره و یک جسم صلب هنگامی پایدار است که اتصال آنها توسط دو میله (یا سه مفصل) غیر واقع بر یک امتداد صورت گرفته باشد (شکل ۱-۱۶-الف). اگر دو میله (یا سه مفصل) مورد نظر بر روی یک امتداد قرار گیرند، ترکیب مورد نظر ناپایدار هندسی خواهد بود (شکل ۱-۱۶-ب).



(ب)



(الف)

شکل ۱-۱۶- ترکیب پایدار یک گره و یک جسم صلب

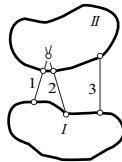
#### ۱-۴-۲- ترکیب پایدار دو جسم صلب

ترکیب دو جسم صلب، هنگامی پایدار است که به یکی از روش‌های زیر به هم متصل شده باشند:

۱- توسط سه میله غیرموازی و غیرمتقارب (شکل ۱-۱۷-الف).

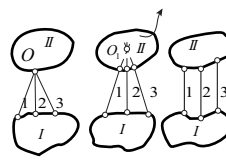
۲- توسط یک مفصل و یک میله رابط به نحوی که محور میله از مفصل عبور نکند (شکل ۱-۱۷-ب).

مفصل موهومی

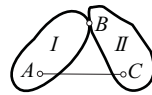


ترکیب پایدار

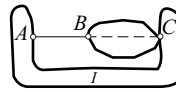
(الف)



ترکیب ناپایدار

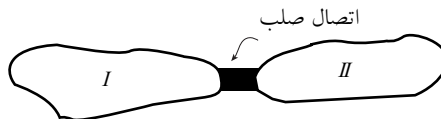


ترکیب پایدار



ترکیب ناپایدار

(ب)



ترکیب پایدار

(ب)

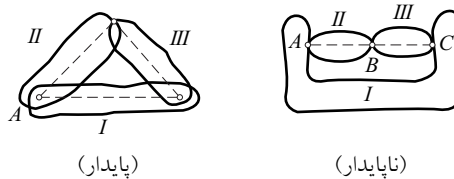
شکل ۱-۱۷- ترکیب دو جسم صلب



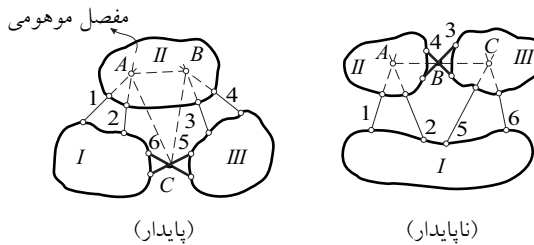
۱-۴-۳- ترکیب پایدار سه جسم صلب

ترکیب سه جسم صلب وقتی پایدار می‌باشد که با یکی از روش‌های زیر به همدیگر متصل شده باشند:

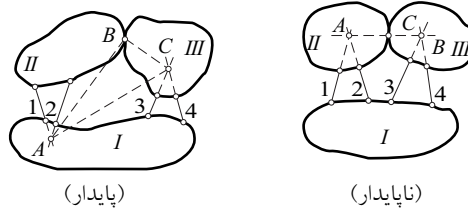
- ۱- توسط سه مفصل که بر روی یک راستا قرار نداشته باشند (شکل ۱-۱۸-الف).
- ۲- توسط شش میله بگونه‌ای که هر دو جسم صلب توسط دو میله به هم متصل شده باشند و محل تقاطع میله‌ها (چه به صورت مجازی و چه به صورت واقعی) بر روی یک راستا قرار نداشته باشند (شکل ۱-۱۸-ب).
- ۳- توسط ترکیبی از میله‌ها و مفاصل، بگونه‌ای که مفاصل واقعی و مجازی بر روی یک راستا قرار نگیرند (شکل ۱-۱۸-پ).



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۱-۱۸-۱ ترکیب سه جسم صلب

۱-۵- معینی و نامعینی سازه‌های صفحه‌ای

بطور کلی درجه نامعینی هر سازه، اختلاف بین تعداد مجهولات و تعداد معادلات آن سازه می‌باشد:

$$(۱-۱) \quad \text{تعداد معادلات} - \text{تعداد مجهولات} = n$$

رابطه مذکور، برحسب وضعیت اتصال اعضای سازه به همدیگر به دو صورت مختلف برای محاسبه درجه نامعینی به کار خواهد رفت که در بندهای ۱-۵-۱ و ۲-۵-۱ به آن می‌پردازیم.

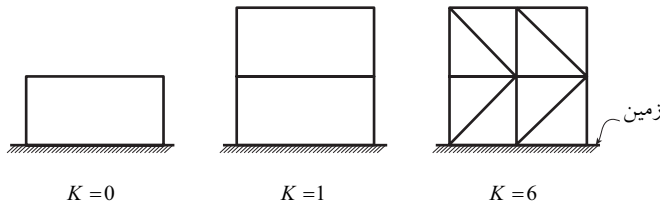
**۱-۵-۱ - سازه، فاقد اعضای بدون اتصال باشد.**

اگر تمام اعضای سازه به هم متصل شده باشند و به عبارت دیگر، عضو بدون اتصال در سازه وجود نداشته باشد، رابطه زیر برای محاسبه درجه نامعینی به کار می‌رود:

$$n = (3K + R) - (C + 3) \quad (۲-۱)$$

در رابطه فوق،  $K$  تعداد کادرهای بسته،  $R$  تعداد مجهولات تکیه‌گاهی و  $C$  تعداد معادلات شرطی می‌باشد.

**کادرهای بسته:** کادر بسته در واقع عبارتست از سطحی که به طور کامل توسط اعضای سازه‌ای در اطراف آن محصور شده است. بدیهی است که سطح یا سطوحی از سازه که در یک طرف توسط زمین محصور شده باشد، کادر بسته محسوب نمی‌گردد (شکل ۱-۱۹).

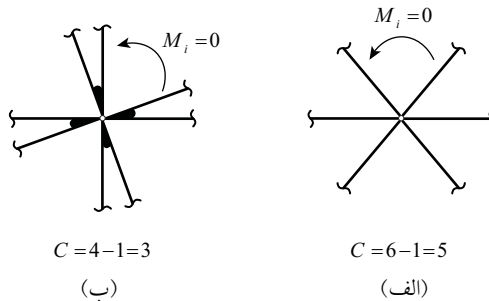


شکل ۱-۱۹- تعداد کادرهای بسته در چند سازه مختلف

**نکته:** کابل‌ها و فنرهای خطی داخلی، در شمارش کادر بسته دخالت داده نمی‌شوند.

**معادلات شرطی:** ساختار برخی از سازه‌ها به گونه‌ای است که بعضی از نیروهای داخلی (نیروی برشی  $V$ ، لنگر خمشی  $M$ ، نیروی محوری  $N$  و لنگر پیچشی  $T$ ) در مقطع مشخصی برابر صفر می‌شوند. این وضعیت یک یا چند رابطه تعادل اضافی به دست می‌دهد که به معادله شرطی موسوم می‌باشد. وضعیت‌های مختلفی که در یک سازه معادله شرطی به وجود می‌آورند، به شرح زیر می‌باشند:

۱- **مفصل داخلی (خمشی):** اگر به یک مفصل خمشی،  $m$  عضو متصل شده باشد، تعداد  $C = m - 1$  معادله شرطی در سازه به وجود می‌آید (شکل ۱-۲۰).

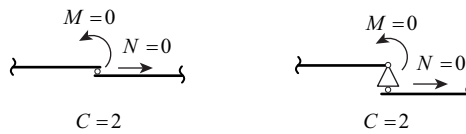


شکل ۱-۲۰- نمایش ترسیمی مفصل خمشی

**نکته ۱:** توجه داشته باشید که در شکل (۱-۲۰-ب)، اعضای مختلف دو به دو با اتصال صلب به هم متصل شده و سپس به مفصل خمشی اتصال پیدا کرده‌اند، بنابراین برای محاسبه تعداد روابط شرطی، هر دو عضو، یک عضو محسوب می‌شود.

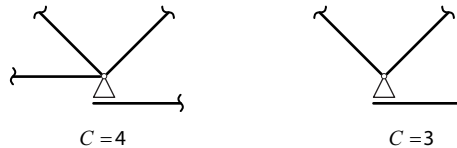
**نکته ۲:** اگر به مفصل خمشی، اعضای مانند کابل، فنر پیچشی و یا فنر خطی متصل شده باشد، آن‌ها در محاسبه تعداد معادلات شرطی نباید در نظر گرفته شود.

**۲- غلطک داخلی:** نمایش ترسیمی غلطک داخلی مطابق شکل ۱-۲۱ می‌باشد و همواره دو معادله شرطی ایجاد می‌کند.



شکل ۱-۲۱- نمایش ترسیمی غلطک داخلی

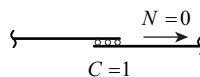
**نکته ۱:** اگر وضعیت غلطک داخلی مطابق شکل ۱-۲۲ به گونه‌ای باشد که بیش از ۲ عضو به غلطک متصل شده باشند، تعداد معادلات شرطی برابر تعداد اعضای متصل به غلطک می‌باشد.



شکل ۱-۲۲- غلطک داخلی با بیش از دو عضو

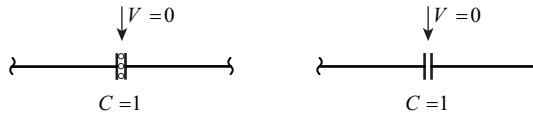
**نکته ۲:** اگر به غلطک داخلی، اعضای مانند کابل، فنر پیچشی و یا فنر خطی متصل شده باشد، آن‌ها در محاسبه تعداد معادلات شرطی نباید در نظر گرفته شود.

**۳- غلطک محوری:** این سیستم نسبت به غلطک داخلی، یک درجه آزادی کمتر دارد و در واقع، چرخش اعضای متصل به غلطک مقید شده است و صرفاً حرکت محوری در محل اتصال وجود دارد، بنابراین تعداد معادلات شرطی که این سیستم ایجاد می‌کند برابر ۱ می‌باشد (شکل ۱-۲۳).



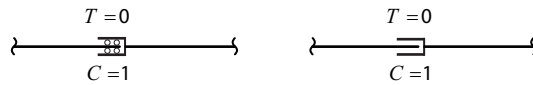
شکل ۱-۲۳- نمایش ترسیمی غلطک محوری

**۴- مفصل برشی:** نمایش ترسیمی این سیستم مطابق شکل ۱-۲۴ می‌باشد. تعداد معادلات شرطی که مفصل برشی ایجاد می‌کند برابر ۱ می‌باشد که به واسطه صفر شدن نیروی برشی است.



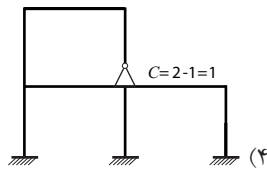
شکل ۱-۲۴- نمایش ترسیمی مفصل برشی

۵- مفصل تلسکوپی: سیستمی است که مقاومت آن در مقابل پیچش آزاد شده است (به عبارت دیگر  $T=0$ ) و بنابراین یک معادله شرطی در سازه ایجاد می‌نماید (شکل ۱-۲۵).



شکل ۱-۲۵- نمایش ترسیمی مفصل تلسکوپی

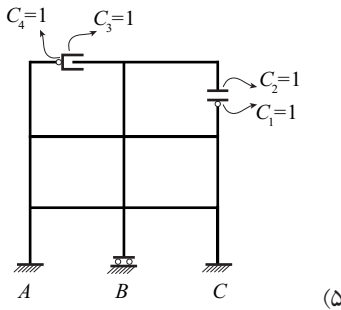
مثال ۱-۳- درجه نامعینی سازه‌های شکل زیر را بدست آورید.



$$K=1, C=2-1=1, R=3 \times 3=9$$

$$n=(3K+R)-(C+3)$$

$$n=(3 \times 1+9)-(1+3)=8$$

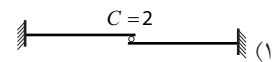


$$C=C_1+C_2+C_3+C_4=4$$

$$R=R_A+R_B+R_C=3+2+3=8$$

$$n=(3K+R)-(C+3)$$

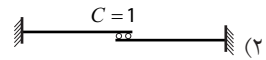
$$n=(3 \times 4+8)-(4+3)=13$$



$$K=0, R=3+3=6, C=2$$

$$n=(3K+R)-(C+3)$$

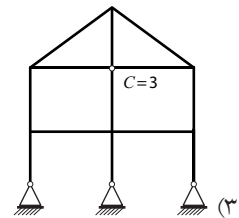
$$n=(3 \times 0+6)-(2+3)=1$$



$$K=0, R=3+3=6, C=1$$

$$n=(3K+R)-(C+3)$$

$$n=(3 \times 0+6)-(1+3)=2$$



$$K=4, C=4-1=3, R=3 \times 2=6$$

$$n=(3K+R)-(C+3)$$

$$n=(3 \times 4+6)-(3+3)=12$$

۱-۵-۲- سازه، دارای اعضای بدون اتصال باشد.

اگر اعضای در سازه وجود داشته باشند که بدون اتصال بوده و به عبارت دیگر به صورت مماس از روی هم عبور